

## Série d'exercices n°11

### \*\*\* Exercice 1 *Machines thermiques en série*

Même avec des systèmes compliqués incluant plus de deux réservoirs de chaleurs, on constate que l'on n'arrive pas à faire mieux de Carnot et le théorème du rendement maximum !

Supposons un système de deux moteurs thermiques en série, c'est-à-dire que l'énergie thermique produite par le premier moteur est directement injectée dans le deuxième. Soit  $\eta_1$  et  $\eta_2$  les efficacités respectives du premier et du deuxième moteur.

1. L'efficacité totale du système est définie comme étant l'énergie mécanique totale fournie par le système divisé par l'énergie donnée au premier moteur. Prouver que l'efficacité  $\eta$  du système est donné par

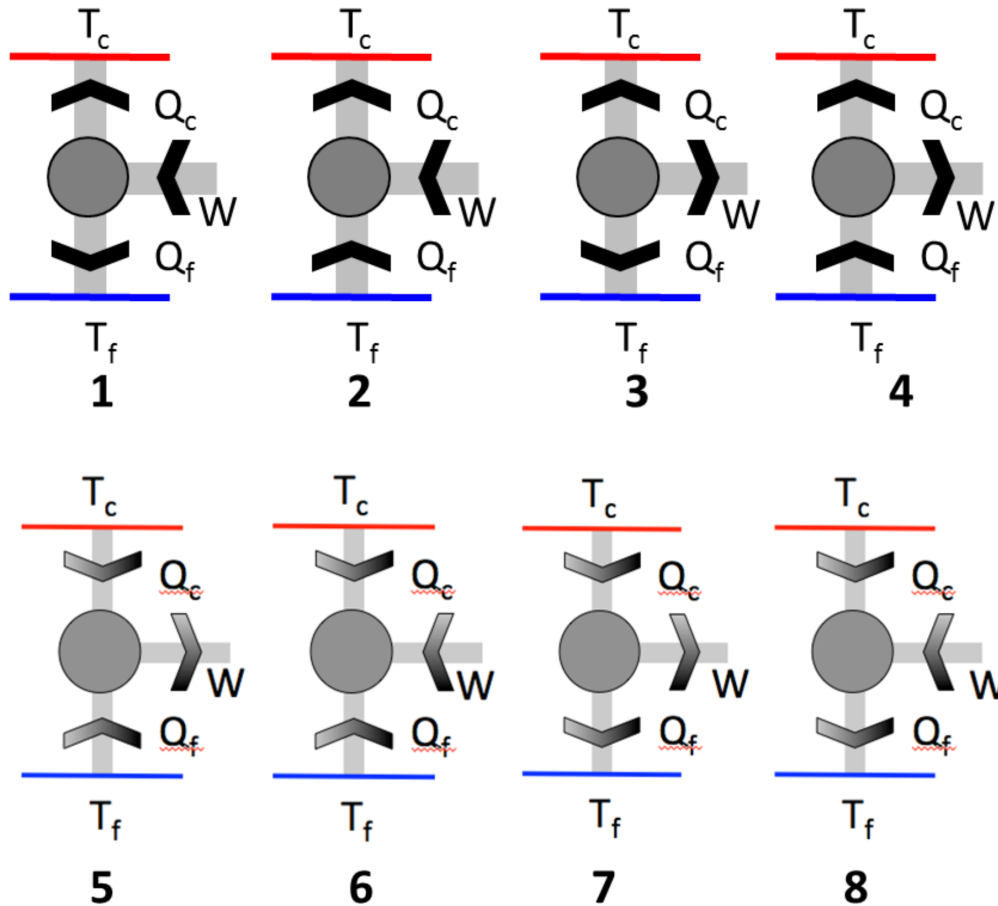
$$\eta = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2$$

Nous supposons à partir de maintenant que les deux moteurs sont de type Carnot. Le premier moteur fonctionne entre les températures  $T_h$  et  $T_i$ , et le deuxième entre  $T_i$  et  $T_b$ . En terme de température :

2. Quelle est l'efficacité du système entier ?
3. Y a-t-il amélioration de l'efficacité totale comparé à un unique moteur fonctionnant entre  $T_h$  et  $T_b$  ?
4. Quelle température  $T_i$  fait que les deux moteurs du système effectuent le même travail ?
5. Quelle température  $T_i$  fait que les deux moteurs du système aient la même efficacité ?

💡 \*\*\* Exercice 2 *Machines thermiques (Examen blanc SIE 2015)*

Inventaire de tous les cas possibles et impossibles de machines thermiques. N'hésitez pas à jouer avec les différentes versions du second principe.



Ces huit machines fonctionnent entre deux sources de chaleur chaudes et froides aux températures  $T_c$  et  $T_f$ . Elles opèrent selon un cycle thermodynamique et les échanges de chaleur avec les sources chaudes et froides lors d'un cycle sont respectivement  $Q_c$  et  $Q_f$ ,  $W$  est l'échange de travail mécanique avec l'extérieur. On utilisera les mêmes conventions de signe que dans le cours. Les flèches indiquent le sens des échanges d'énergie.

1. Rappeler les premier et second principes de la thermodynamique pour ces machines thermiques (relations entre  $Q_c$ ,  $Q_f$ ,  $W$ ,  $T_c$  et  $T_f$ ).
2. Pour chacune de ces machines expliquer si ces machines sont possibles ou impossibles et si non quel principe de la thermodynamique ne serait pas respecté. Si c'est un type de machine thermique vue en cours, nommez cette machine. Rappel : N'oubliez pas qu'il parait parfois plus judicieux de raisonner avec les interdictions de Clausius ou de Kelvin qu'avec l'entropie.
3. Une de ces machines ne peut exister uniquement que avec des transformations irréversibles, laquelle et expliquez pourquoi.

### \*\*\* Exercice 3 Moteur d'avion (Examen 2016)

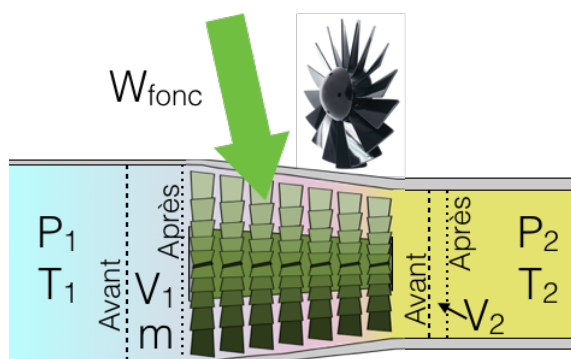
Problème typique d'examen. Ce jour là vous n'aurez pas d'indications à quels transparents du cours le problème fait référence. La version originale de l'examen était plus courte et ne comportait pas la partie III.

Le but du problème est d'étudier un modèle simplifié de réacteur d'avion. La plupart des questions nécessitent très peu de calculs et beaucoup sont indépendantes si l'on admet le résultat de la question I.3. Toutes les évolutions sont considérées quasi-statiques et les gaz se comportent comme des gaz parfaits de coefficient adiabatique  $\gamma$ , de capacité calorifique massique à volume constant  $c_V$  et à pression constante  $c_P$ .

#### I– Première partie

On s'intéresse à des systèmes qui laissent entrer ou sortir de la matière. On se limitera à des régimes stationnaires.

On s'intéresse tout d'abord à un compresseur dont la fonction est de prélever en amont un volume  $V_1$  d'un gaz à la pression constante  $P_1$  et de le transférer en aval à la pression constante  $P_2$ . Pour ce faire le compresseur est constitué d'une série d'hélices en rotation. Ces hélices sont actionnées en leur fournissant un travail mécanique  $W_{\text{fonc}}$ .



On suppose qu'il n'y a pas d'échanges de chaleur avec l'extérieur. On considère une masse,  $m$ , de gaz qui traverse le compresseur. Quand le compresseur reçoit le travail  $W_{\text{fonc}}$ , un volume  $V_1$  à  $P_1$ ,  $T_1$  de gaz est prélevé et injecté en sortie pour former un volume  $V_2$  à  $P_2$ ,  $T_2$ .

1. Ecrire le travail  $W$  reçu par la masse  $m$  de gaz en fonction de  $U$  ou  $H$ , puis en fonction de  $m$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $c_V$  et/ou  $c_P$ .

$$W = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

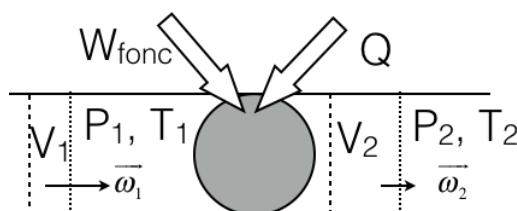
2. Exprimer le travail  $W$  reçu par le gaz en fonction de  $W_{\text{fonc}}$  travail nécessaire pour faire fonctionner le compresseur,  $P_1$ ,  $V_1$ ,  $P_2$  et  $V_2$  ;

$$W = \dots\dots\dots$$

En déduire  $W_{\text{fonc}}$  en fonction de  $U$  ou  $H$ , puis en fonction de  $m$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $c_V$  et/ou  $c_P$ .

$$W_{\text{fonc}} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

On considère maintenant le cas général d'un système qui prélève une masse  $m$  de gaz d'un réservoir à pression constante  $P_1$  et le réinjecte dans un réservoir à la pression constante  $P_2$ . Pour ce faire on fournit à ce système un travail mécanique  $W_{\text{fonc}}$  et une quantité de chaleur  $Q$ .



De plus le gaz dans le compartiment 1 arrive avec une vitesse  $\omega_1$ , une énergie cinétique  $E_{c1}$  et en sort dans 2 avec une vitesse  $\omega_2$  et une énergie cinétique  $E_{c2}$ . On considère qu'il n'y a pas de variation d'énergie potentielle.



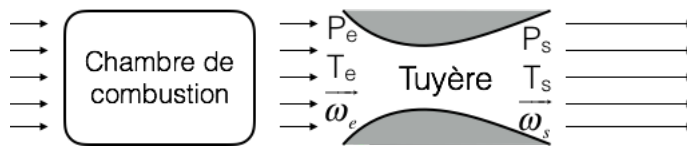
3. Montrer que

$$\Delta H + \Delta E_c = Q + W_{\text{fonc}}$$

On pourra admettre ce résultat par la suite.

## II– Deuxième partie

Un réacteur d'avion est constitué de deux blocs, le premier appelé chambre de combustion, dont nous venons d'étudier une partie, dont la fonction est de délivrer un gaz à une température  $T_e$ , une pression  $P_e$  et s'écoulant à une vitesse  $\omega_e$  dans un second élément appelée tuyère. La tuyère est un élément rigide divergent qui ne reçoit aucun travail et dans lequel les transformations sont également adiabatiques. Sa fonction est d'éjecter les gaz avec une grande énergie cinétique ce qui par réaction engendrera la poussée du réacteur. Nous allons tout d'abord étudier cette tuyère. On notera  $T_s$ ,  $P_s$  et  $\omega_s$  les températures pressions et vitesses en sortie. On considère une masse  $m$  de gaz qui traverse la tuyère.



4. Exprimer  $T_s$  en fonction de  $T_e$ ,  $P_e$ ,  $P_s$  et  $\gamma$ .

$$T_s = \dots\dots\dots$$

5. Exprimer la vitesse de sortie des gaz,  $\omega_s$ , en fonction de  $\omega_e$ ,  $m$ ,  $c_p$ ,  $T_e$ ,  $P_s$  et  $P_e$ .

$$\omega_s = \dots\dots\dots$$

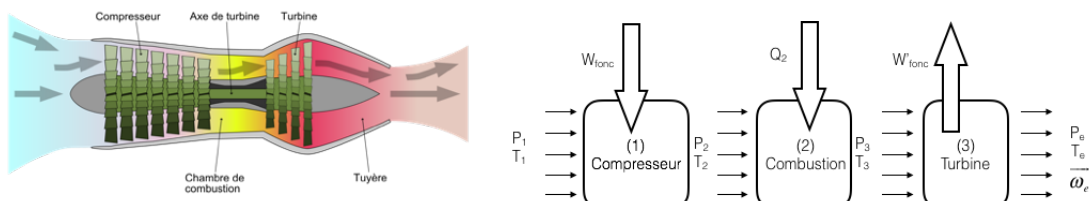
6. *Question bonus* : On trouve typiquement des valeurs de  $\omega_s$  entre quelques 100 et quelques 1000 m/s. Au delà de quelles vitesses d'éjection notre modèle n'est très probablement plus valide ?

.....

7. *Question bonus* : Quelle est la force de poussée,  $F$ , du réacteur si celui ci est traversé par un débit massique d'air  $D$

$$F = \dots\dots\dots$$

On s'intéresse maintenant à la chambre de combustion en amont de la tuyère. Elle est constituée (1) du compresseur vu en (I) dans lequel les transformations sont adiabatiques, le compresseur reçoit une énergie mécanique  $W_{\text{fonc}}$  pour fonctionner ; (2) une chambre où est injecté le kérosène et a lieu la combustion, dans cette partie on suppose les transformations isobares et le gaz reçoit une quantité de chaleur  $Q_2$ , et où il n'y a pas de pièces mécaniques qui fournissent un travail mécanique ; (3) une turbine dans laquelle se produit une détente adiabatique et qui fonctionne selon le principe inverse du compresseur dont la fonction est i) de délivrer les gaz à l'entrée de la tuyère et ii) de générer un travail moteur qui est intégralement utilisé pour faire fonctionner le compresseur.



Dans la suite du problème on néglige l'énergie cinétique des gaz à l'entrée et dans la chambre et en entrée de tuyère devant leur énergie cinétique à l'éjection ( $\omega_1$  et  $\omega_e \ll \omega_s$ ).



8. Remplir le tableau ci-dessous donnant les températures et pressions à chaque étape. On exprimera les résultats en fonction de  $T_1$ , du taux de compression  $\alpha = P_2/P_1$ ,  $Q_2$  et  $\gamma$ . Indication pour exprimer  $T_e$  en fonction des autres températures : écrire que toute l'énergie mécanique utile fournie par la turbine est utilisée pour actionner le compresseur.

	1	2	3	e	s
P	$P_1$				
T	$T_1$				

9. Remplir le tableau ci-dessous donnant  $W_{\text{fonc}}$  le travail reçu des pièces mécaniques et  $Q$  la chaleur reçus à chaque transformations. On exprimera les résultats en fonction de  $m$ ,  $c_p$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  et  $Q_2$ .

	1 -> 2	2->3	3->e	e->s
$W_{\text{fonc}}$				
$Q$				

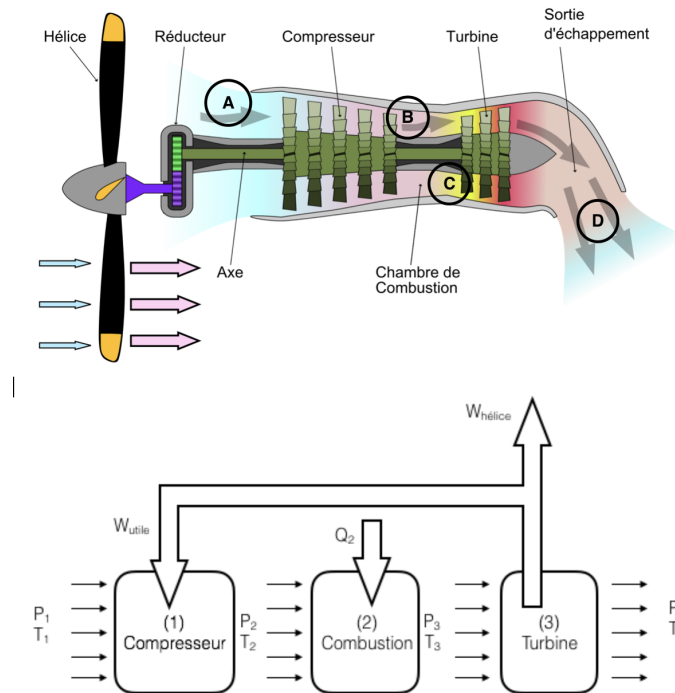
10. Comment est définie l'efficacité du réacteur ? L'exprimer en fonction de données du problème.

$$\eta = \dots\dots\dots$$

### III– Troisième partie

Dans un système très proche, dit turbo-propulseur. La turbine est utilisée pour actionner le compresseur et aussi pour entraîner une hélice qui génère la force propulsive à l'avion. Il n'y a plus de tuyère et les gaz chauds en sortie de la turbine s'échappent dans l'atmosphère sans énergie cinétique.





11. On peut alors décrire ce moteur comme un cycle. Dessiner sur un diagramme p-V, ce cycle, on notera les points :
- A : Air froid à Patmosphérique en entrée
  - B : Air en sortie du compresseur
  - C : Air en sortie de la zone de combustion
  - D : Air chaud à Patmosphérique en sortie
- indiquez le sens de rotation du cycle et la nature des transformations.
12. Question bonus : Ce cycle a été mentionné en cours et étudié en exercice ce semestre, le reconnaissez vous ?